

# Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy z Matematyki – etap szkolny

## Przykładowe rozwiązania i propozycja punktacji rozwiązań

### Ustalenia do punktowania zadań otwartych:

1. Jeśli uczeń przedstawił **obok prawidłowej metody błędną** i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to rozwiązanie traktujemy jako błędne.
2. Jeśli uczeń przedstawił **dwie poprawne metody** rozwiązania, z których jedna zawiera błędy rachunkowe i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to punktujemy drogę, która nie zawiera błędów rachunkowych.
3. Poprzez określenie „obliczył prawidłowo” rozumiemy, że uczeń zastosował prawidłową metodę i nie popełnił błędów rachunkowych.

Za rozwiązanie zadania 1, 2, 3 i 4 przyznajemy maksymalnie 4 punkty.

Za rozwiązanie zadania 5, 6 i 7 przyznajemy maksymalnie 8 punkty.

Wymagamy od ucznia zapisania rozwiązania oraz zapisania lub wskazania, np. przez podkreślenie, odpowiedzi.

Jeśli uczeń rozwiąże zadanie inną metodą, niż zaproponowana w *Propozycjach rozwiązania*, na przewodniczącym komisji spoczywa obowiązek rozstrzygnięcia jej prawidłowości i spójności.

## Zadanie 1 (4 punkty)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- Ustalenie zależności między wiekiem dwóch dziewczynek.
- Obliczenie wieku dziewczynek.

<b>Propozycja 1</b>	<b>Propozycja 2</b>
Zauważmy, że dodając liczby 14, 23 i 21 otrzymujemy łącznie liczbę 58, stanowiącą podwojoną sumę wieku trzech dziewczynek. Zatem dziewczynki razem mają 29 lat. Skoro Zuzia i Martyna razem mają 23 lata, więc Julia ma 6 lat, Zuzia ma $14 - 6 = 8$ lat, a Martyna $21 - 6 = 15$ lat.	$J + Z = 14$ $Z + M = 23$ $J + M = 21$ Z pierwszych dwóch równań wnioskujemy, że Martyna jest 9 lat starsza od Julii, zatem skoro mają one razem 21 lat to Julia ma $(21 - 9) : 2 = 6$ lat, a Martyna $21 - 6 = 15$ . Stąd Zuzia ma $23 - 15 = 8$ lat.
<b>Podanie odpowiedzi: Julia ma 6, Zuzia 8, a Martyna 15 lat.</b>	

### **Punktacja**

<b>pkt</b>	<b>Poziom zaawansowania rozwiązania</b>
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania. lub Rozwiązuje zadanie popełniając błędy rachunkowe.
1	Uczeń poprawnie ustali zależność między wiekiem dwóch dziewczynek. lub Uczeń poprawnie podaje wiek jednej z dziewczynek.
2	Uczeń poprawnie ustali zależność między wiekiem dwóch dziewczynek i poprawnie obliczy wiek jednej z dziewczynek. lub Uczeń poprawnie podaje wiek dwóch dziewczynek.
3	Uczeń poprawnie ustali zależność między wiekiem dwóch dziewczynek i poprawnie obliczy wiek dwóch dziewczynek. lub Uczeń poprawnie podaje wiek trzech dziewczynek nie sprawdzając dla tych odpowiedzi warunków zadania.
4	Uczeń poprawnie ustali zależność między wiekiem dwóch dziewczynek i poprawnie obliczy wiek trzech dziewczynek. lub Uczeń poprawnie podaje wiek trzech dziewczynek, uzasadnia odpowiedź i sprawdza warunki zadania dla tych odpowiedzi.

## Zadanie 2 (4 punkty)

Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :

- Obliczenie czasu trwania lotu rakiety.
- Obliczenie drogi pokonanej przez raketę w danym czasie.

**Przykładowe rozwiązanie:**

**I.**

1. Obliczenie czasu trwania lotu: 1 godz. i 15 minut lub 75 min.
2. Obliczenie ile kilometrów pokonuje rakieta w ciągu 15 minut  $\frac{1}{4} \cdot 30000 \text{ km} = 7500 \text{ km}$ .
3. Policzenie pokonanej drogi  $30000 \text{ km} + 7500 \text{ km} = 37500 \text{ km}$ .

**II.**

1. Obliczenie czasu trwania lotu: 1 godz. i 15 minut lub 75 min.
2. Obliczenie ile kilometrów pokonuje rakieta w ciągu minuty  $30000 \text{ km} : 60 = 500 \text{ km}$ .
3. Policzenie pokonanej drogi  $75 \cdot 500 \text{ km} = 37500 \text{ km}$ .

**Podanie odpowiedzi: Rakieta pokonała 37500km.**

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania. lub Rozwiązuje zadanie popełniając błędy rachunkowe.
1	Uczeń poprawnie oblicza czasu trwania lotu. lub Uczeń poprawnie oblicza ile kilometrów pokonuje rakieta w ciągu minuty. lub Uczeń poprawną metodą oblicza czasu trwania lotu i liczbę kilometrów pokonywanych przez raketę w ciągu minuty lecz popełnia błąd rachunkowy.
2	Uczeń poprawnie oblicza czasu trwania lotu i uczeń poprawnie oblicza liczbę kilometrów pokonywanych przez raketę w ciągu 15 minut. lub Uczeń poprawnie oblicza czasu trwania lotu i uczeń poprawnie oblicza liczbę kilometrów pokonywanych przez raketę w ciągu minuty.
3	Uczeń poprawnie oblicza czasu trwania lotu i uczeń poprawnie oblicza liczbę kilometrów pokonywanych przez raketę w ciągu 15 minut lub w ciągu minuty oraz poprawną metodą oblicza długość pokonanej drogi, lecz popełnia błąd rachunkowy.
4	Uczeń poprawnie oblicza czasu trwania lotu, liczbę kilometrów pokonywanych przez raketę w ciągu minuty oraz długość pokonanej drogi.

### **Zadanie 3 (4 punkty)**

#### **Rozwiązanie:**

Możliwe jest, by prawdziwe było zdanie:

- Kubusiowi zostały dwa rodzaje owoców w tej samej liczbie Tak  Nie
- Brat nie dostał żadnego żołądzia Tak  Nie
- Kubusiowi zostały tylko dwa rodzaje owoców Tak  Nie
- Kubusiowi zostały wszystkie rodzaje owoców w tej samej liczbie Tak  Nie

**Za każdą poprawną odpowiedź przyznajemy jeden punkt.**

### **Zadanie 4 (4 punkty)**

#### **Rozwiązanie:**

Prawdziwe jest zdanie:

- Wśród figur znajdują się figury o równym polu Tak  Nie
- Trapez ma większe pole niż równoległobok: Tak  Nie
- Pole równoległoboku jest większe niż pole trójkąta Tak  Nie
- Pole trapezu jest równe polu trójkąta Tak  Nie

**Za każdą poprawną odpowiedź przyznajemy jeden punkt.**

### **Zadanie 5 (8 punktów)**

**Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania cztery trudności :**

- **Obliczenie ile dni i godzin trwała podróż.**
- **Obliczenie daty i godziny zakończenia podróży.**
- **Obliczenie ile pełnych tygodni i dni trwała podróż.**
- **Obliczenie w jakim dniu tygodnia zakończyła się podróż.**

#### **Rozwiązanie**

Obliczenie liczby pełnych dni spędzonych w podróży:

Podróż trwała więc 59 pełnych dni i 8 godzin, ponieważ  $24 \cdot 59 = 1416$ ,  $1424 - 1416 = 8$ . 59 dzień podróży minął 29 sierpnia o godz. 12.00, więc podróż zakończyła się 29 sierpnia o godz. 20.00. Podróż trwała 8 pełnych tygodni ( $8 \cdot 7 = 56$ ), 3 dni i 8 godzin. 1 lipca to poniedziałek, zatem poniedziałkiem będzie też 26 sierpnia, więc podróż zakończy się w czwartek.

**Odpowiedź: Podróż trwała więc 59 pełnych dni i 8 godzin. Podróż zakończyła się w czwartek, 29 sierpnia o godz. 20.00. Podróż trwała 8 pełnych tygodni, 3 dni i 8 godzin. Podróż zakończyła się w czwartek.**

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń nie podaje poprawnie odpowiedzi na żadne z pytań.
1-8	Po dwa punkty przyznajemy za podanie każdej z następujących informacji: <ul style="list-style-type: none"> <li>– Podróż trwała 59 <u>dni</u> i 8 <u>godzin</u> (po jednym punkcie za każdą informację),</li> <li>– Podróż zakończyła się 29 <u>sierpnia o godz. 20.00</u> (po jednym punkcie za każdą informację),</li> <li>– Podróż trwała 8 <u>tygodni</u>, 3 <u>dni</u> i 2 <u>godziny</u> (po jednym punkcie za każdą informację),</li> <li>– Podróż zakończyła się w czwartek.</li> </ul>
8	Uczeń podaje pełną odpowiedź nie uzasadniając jej obliczeniami.

Jeśli uczeń poprawną metodą oblicza wszystkie szukane wielkości, lecz w obliczeniach popełnia błąd rachunkowy i konsekwentnie oblicza pozostałe wielkości przyznajemy mu liczbę punktów wynikającą z powyższych ustaleń, pomniejszoną o jeden.

### **Zadanie 6 (8 punktów)**

**Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :**

- **Obliczenie ceny butów, okularów i kurtki.**
- **Obliczenie kwoty otrzymanej reszty.**

**Rozwiązanie:**

Obliczenie ceny butów:

$$15\% \text{ z } 60 \text{ zł}, \frac{15}{100} \cdot 60 = 9, 60 \text{ zł} - 9 \text{ zł} = 51 \text{ zł}.$$

Obliczenie ceny okularów:

$$20\% \text{ z } 60 \text{ zł}, \frac{1}{5} \cdot 60 = 12 \text{ zł}.$$

Obliczenie ceny kurtki:

$$70\% \text{ z } 60 \text{ zł}, \frac{70}{100} \cdot 60 = 42, 60 \text{ zł} + 42 \text{ zł} = 102 \text{ zł}.$$

Obliczenie łącznej ceny zakupów:

$$60 \text{ zł} + 51 \text{ zł} + 12 \text{ zł} + 102 \text{ zł} = 225 \text{ zł}.$$

Obliczenie reszty:

$$300 \text{ zł} - 225 \text{ zł} = 75 \text{ zł}.$$

**Odpowiedź: Buty kosztowały 51 zł, okulary 12 zł, a kurtka 102 zł. Pani Ela wydała na zakupy 225 zł. i otrzymała 75 zł reszty.**

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
0 - 6	Po dwa punkty przyznajemy za obliczenie ceny każdego z produktów ( jeden punkt za poprawną metodę i jeden punkt za poprawne rachunki).
7	Uczeń poprawnie oblicza kwotę, którą wydała na zakupy pani Ela.
8	Uczeń poprawnie oblicza resztę, która otrzymała pani Ela.

Jeśli uczeń poprawną metodą oblicza wszystkie szukane wielkości, lecz w obliczeniach popełnia błąd rachunkowy i konsekwentnie oblicza pozostałe wielkości przyznajemy mu liczbę punktów wynikającą z powyższych ustaleń, pomniejszoną o jeden za każdy błąd rachunkowy.

### **Zadanie 7 (8 punktów)**

**Rozwiązując zadanie uczeń ma do pokonania dwie trudności :**

- **Ustalenie wszystkich możliwości ułożenia prostokąta z karteczek.**
- **Podanie wymiarów ustalonych prostokątów.**

#### **Rozwiązanie:**

Liczba 24 ma następujący rozkład na czynniki pierwsze  $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

Możemy zatem przedstawić 24 jako jeden z następujących iloczynów:

$2 \cdot 12$ ,  $3 \cdot 8$ ,  $4 \cdot 6$ ,  $1 \cdot 24$ .

Jeśli mamy ułożyć prostokąt z wszystkich 24 karteczek, to możliwe są następujące wielkości prostokątów:

- 1 x 24. Wymiary prostokąta: 10 cm x 168 cm.
- 1 x 24. Wymiary prostokąta: 7 cm x 240 cm.
- 2 x 12. Wymiary prostokąta: 20 cm x 84 cm.
- 2 x 12. Wymiary prostokąta: 14 cm x 120 cm.
- 3 x 8. Wymiary prostokąta: 30 cm x 56 cm.
- 3 x 8. Wymiary prostokąta: 21 cm x 80 cm.
- 4 x 6. Wymiary prostokąta: 40 cm x 42 cm.
- 4 x 6. Wymiary prostokąta: 28 cm x 60 cm.

pkt	Poziom zaawansowania rozwiązania
0	Uczeń wykonuje przypadkowe działania lub rysunki, które świadczą o tym, że nie zrozumiał zadania.
1-8	Przyznajemy po jednym punkcie za każdą poprawnie wyznaczoną parę wymiarów prostokąta.