

**Wojewódzki Konkurs Przedmiotowy
z matematyki dla uczniów szkół podstawowych
województwa kujawsko – pomorskiego
etap wojewódzki – 23.02.2019**

**Kartoteka arkusza zadań
oraz przykładowe rozwiązania i propozycja punktacji rozwiązań.**

Ustalenia dotyczące punktowania zadań otwartych:

1. Jeśli uczeń przedstawił **obok prawidłowej metody błędną metodę** i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to rozwiązanie traktujemy jako błędne.
2. Jeśli uczeń przedstawił **dwie poprawne metody rozwiązania**, z których jedna zawiera błędy rachunkowe i nie dokonał wyboru żadnej z nich (np. poprzez udzielenie odpowiedzi), to punktujemy rozwiązanie, które nie zawiera błędów rachunkowych.
3. Poprzez określenie „obliczył prawidłowo” rozumiemy, że uczeń zastosował prawidłową metodę i nie popełnił błędów rachunkowych.

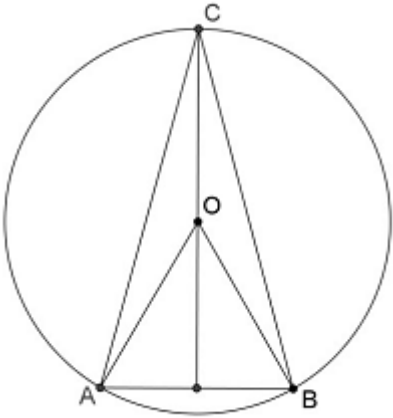
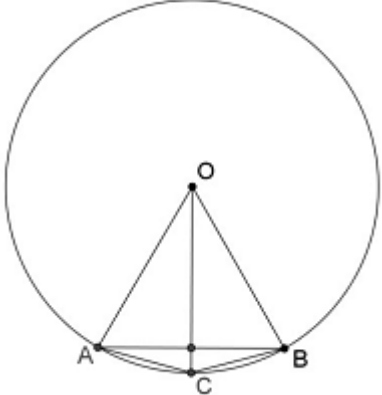
Za rozwiązanie każdego z zadań I części przyznajemy maksymalnie 5 punktów, zaś w II części 1 punkt.

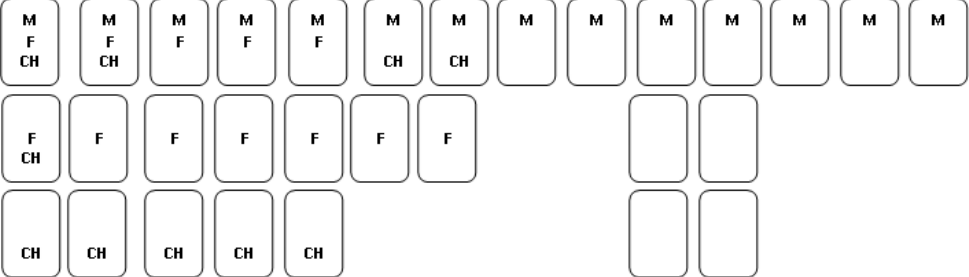
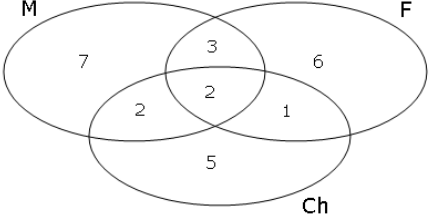
Za błędy rachunkowe na dowolnym etapie rozwiązania zadania odejmujemy tylko 1 punkt.

Jeżeli uczeń rozwiąże zadanie metodą „prób i błędów” przyznajemy maksymalnie 2 punkty.

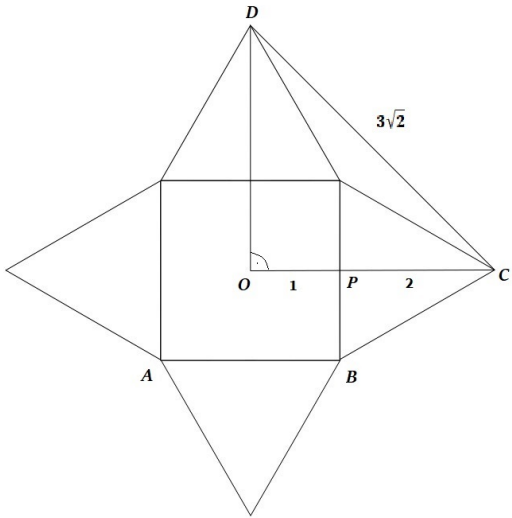
Jeśli uczeń rozwiąże zadanie inną metodą niż została zaproponowana w Przykładowych rozwiązaniach, to na Wiceprzewodniczącym Komisji Wojewódzkiej spoczywa obowiązek rozstrzygnięcia poprawności zaprezentowanej metody.

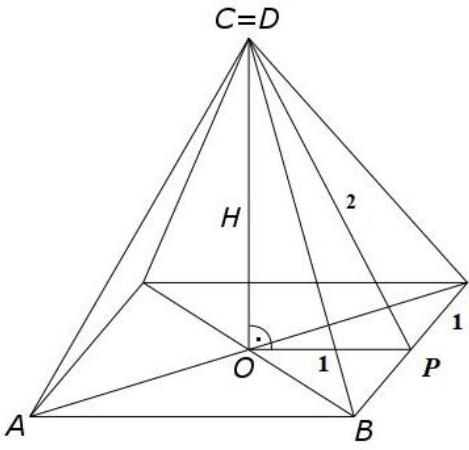
Przykładowe rozwiązania i propozycja punktacji zadań za 5 punktów

Nr zadania	Przykładowe rozwiązanie	Propozycja punktacji	
1	Wskazanie dwóch przypadków:		
	<p><u>I przypadek:</u></p> 	<p><u>II przypadek:</u></p> 	2
	Ustalenie wysokości szukanego trójkąta:		
	<p>Wysokość trójkąta ABC jest sumą wysokości trójkąta równobocznego ABO i promienia OC i ma długość:</p> $H = 2 + \sqrt{3}$	<p>Wysokość trójkąta ABC jest różnicą promienia OC i wysokości trójkąta równobocznego ABO i ma długość:</p> $H = 2 - \sqrt{3}$	1
	Obliczenie pola szukanego trójkąta:		
	$P = \frac{2 \cdot (2 + \sqrt{3})}{2} = 2 + \sqrt{3}$	$P = \frac{2 \cdot (2 - \sqrt{3})}{2} = 2 - \sqrt{3}$	2
<p><i>Uwaga! Jeżeli uczeń rozpatrzy tylko jeden przypadek otrzymuje 3 punkty: za rysunek, obliczenie wysokości i pola.</i></p>			
2	<p><u>Sposób I:</u></p> <p>Graficzne przedstawienie rozkładu udziału uczniów klasy ósmej w konkursach:</p> <p>Narysowanie 30 uczniów z przypisaniem uczestnictwa w danym konkursie:</p>	1	

		
<p>a) Zauważenie, ilu uczniów bierze udział tylko w jednym z podanych konkursów: $7 (M) + 5 (CH) + 6 (F) = 18$</p>	1	
<p>b) Zauważenie, ilu uczniów nie bierze udziału w żadnym konkursie: $30 - 26 = 4$</p>	1	
<p>c) Zauważenie, ilu uczniów bierze udział tylko w dwóch konkursach: Odp. 6</p>	1	
<p>Obliczenie prawdopodobieństwa, że wybrany losowo uczeń bierze udział dokładnie w dwóch konkursach: $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$</p>	1	
<p><u>Sposób II:</u> a) Obliczenie, ilu uczniów bierze udział tylko w jednym z podanych konkursów: <u>Matematyka:</u> $14 - 4 - 5 + 2 = 7$ <u>Fizyka:</u> $12 - 5 - 3 + 2 = 6$ <u>Chemia:</u> $10 - 4 - 3 + 2 = 5$ $7 + 6 + 5 = 18$</p>	<p><u>Sposób III:</u> Przedstawienie w postaci zbiorów rozkładu udziału uczniów klasy ósmej w konkursach:</p> 	1
<p>Obliczenie, ilu uczniów bierze udział w konkursach: $18 + 4 + 5 + 3 - 2 - 2 = 26$</p>	<p>a) Obliczenie, ilu uczniów bierze udział tylko w jednym z podanych konkursów: $7 + 5 + 6 = 18$</p>	1
<p>b) Obliczenie, ilu uczniów nie bierze udziału w żadnym konkursie: $30 - 26 = 4$</p>	<p>Obliczenie, ilu uczniów bierze udział w konkursach: $7 + 3 + 2 + 2 + 5 + 1 + 6 = 26$</p>	1

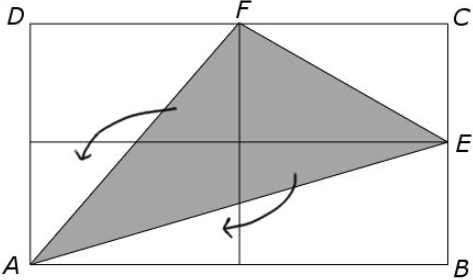
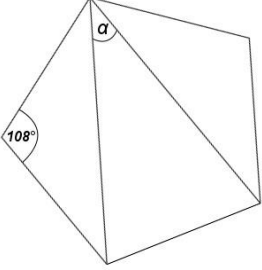
	<p>Obliczenie, ilu uczniów bierze udział tylko w dwóch konkursach:</p> $26 - 18 - 2 = 6$	<p>b) Obliczenie, ilu uczniów nie bierze udziału w żadnym konkursie:</p> $30 - 26 = 4$	1
	<p>c) Obliczenie prawdopodobieństwa, że wybrany losowo uczeń bierze udział dokładnie w dwóch konkursach:</p> $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$	<p>c) Obliczenie prawdopodobieństwa, że wybrany losowo uczeń bierze udział dokładnie w dwóch konkursach:</p> $2 + 3 + 1 = 6$ $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$	1
3	<p>Opisanie niewiadomych: x – liczba ton ładunku załadowanego przez dźwig o mniejszej mocy w ciągu godziny; $x + 10,5$ – liczba ton ładunku załadowanego przez dźwig o większej mocy w ciągu godziny;</p>		1
	<p><u>Sposób I:</u></p> $\frac{66}{x}$ – czas załadunku 66 ton przez dźwig o mniejszej mocy; $\frac{108}{x+10,5}$ – czas załadunku 108 ton przez dźwig o większej mocy.	<p><u>Sposób II:</u></p> t – czas załadunku 108 ton przez dźwig o większej mocy lub 66 ton przez dźwig o mniejszej mocy; Ułożenie równań: $(x + 10,5)t = 108$ $xt = 66$	1
	<p>Ułożenie równania:</p> $\frac{66}{x} = \frac{108}{x + 10,5}$ $66(x + 10,5) = 108x$ $66x + 693 = 108x$ $42x = 693$	<p>Obliczenie czasu załadunku:</p> $xt + 10,5t = 108$ $66 + 10,5t = 108$ $10,5t = 42$ $t = 4$	1
	<p>Rozwiązanie równania:</p> $x = 16,5$	<p>Obliczenie ilości ton ładunku załadowanego przez dźwig o mniejszej mocy w ciągu godziny:</p> $4x = 66$ $x = 16,5$	1
	<p>Obliczenie czasu załadunku 1485 ton przez dźwig o mniejszej mocy:</p> $1485 : 16,5 = 90 \text{ godzin.}$		1

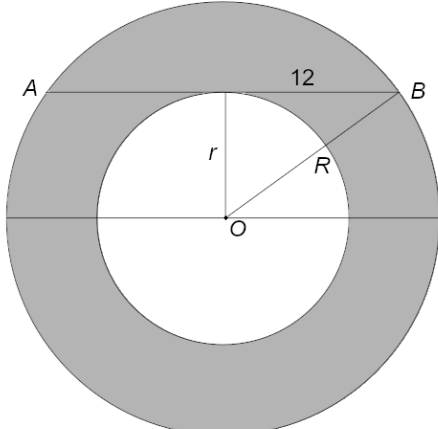
4	 <p>Rysunek ze wskazaniem trójkąta prostokątnego CDO o przeciwprostokątnej $CD = 3\sqrt{2}$.</p>	1
	<p>Ustalenie długości przyprostokątnych CO i DO – 3 cm. Trójkąt CDO jest trójkątem równoramiennym prostokątnym o przeciwprostokątnej $CD = 3\sqrt{2}$, więc przyprostokątne mają długość 3 cm. lub Wyznaczenie długości przyprostokątnych z twierdzenia Pitagorasa.</p>	1
	<p>Ustalenie długości wysokości ściany bocznej: $OC = OP + PC$ $3 = 1 + PC$ $PC = 2$</p>	1

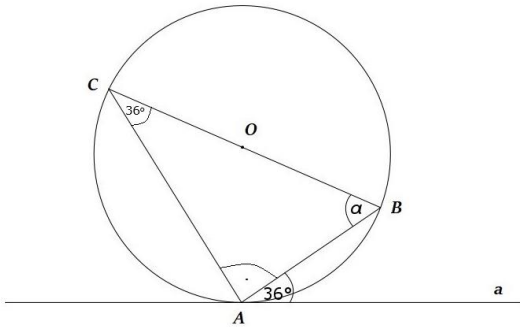
<div style="text-align: center;">  </div> <p>Obliczenie z twierdzenia Pitagorasa wysokości ostrosłupa z trójkąta OPC:</p> $H^2 + 1^2 = 2^2$ $H^2 = 4 - 1$ $H = \sqrt{3}$	1
<p>Obliczenie objętości ostrosłupa:</p> $V = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$	1

Przykładowe rozwiązania i propozycja punktacji zadań za 1 punkt

Numer zadania	Odpowiedź	Przykładowe rozwiązanie
1	$\alpha = 80^\circ$	$\alpha = \frac{4}{5}\beta$ $\frac{4}{5}\beta + \beta = 180^\circ$ $\beta = 100^\circ$ $\alpha = \frac{4}{5} \cdot 100^\circ$ $\alpha = 80^\circ$
2	$P = 1,5 \text{ m}^2$	$75 \text{ mm} \cdot 20 = 1500 \text{ mm} = 1,5 \text{ m}$ $50 \text{ mm} \cdot 20 = 1000 \text{ mm} = 1 \text{ m}$ $P = 1,5 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 1,5 \text{ m}^2$

3	$P_{ABCD} = 40 \text{ cm}^2$	 $P_{AEF} = 15 \text{ cm}^2$ $15 = \frac{1}{4} \cdot P_{ABCD} + \frac{1}{8} \cdot P_{ABCD}$ $15 = \frac{3}{8} \cdot P_{ABCD}$ $P_{ABCD} = 40 \text{ cm}^2$
4	$\frac{5}{6}$	$a = 120\%b = 1,2b$ $\frac{b}{a} = \frac{b}{1,2b} = \frac{1}{1,2} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$
5	36°	 $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$ $540^\circ : 5 = 108^\circ$ $(180^\circ - 108^\circ) : 2 = 72^\circ : 2 = 36^\circ$ $\alpha = 108^\circ - 2 \cdot 36^\circ = 108^\circ - 72^\circ = 36^\circ$ <p style="text-align: center;">lub</p> <p>2α - kąt środkowy w okręgu opisanym na pięciokącie foremnym;</p> <p>α - kąt wpisany w okręgu opisanym na pięciokącie foremnym.</p> $2\alpha = \frac{1}{5} \cdot 360^\circ$ $\alpha = 36^\circ$

6	$\frac{5}{12}$	$\begin{array}{cccc} 12 & 21 & \mathbf{31} & \mathbf{41} \\ \mathbf{13} & \mathbf{23} & 32 & 42 \\ 14 & 24 & 34 & \mathbf{43} \end{array}$ $p = \frac{5}{12}$
7	144π	 $12^2 + r^2 = R^2$ $R^2 - r^2 = 144$ $P = \pi(R^2 - r^2) = 144\pi$
8	448	CDXLVIII = 448
9	$n = 1010$	$(n - 1)^2 + 2019 = n^2$ $n^2 - 2n + 1 + 2019 = n^2$ $2n = 2020$ $n = 1010$

10	$\alpha = 54^\circ$	 <p>$\alpha = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$</p>
----	---------------------	--

Kartoteka arkusza zadań za 5 punktów

Nr zadania	Sprawdzana czynność <i>Uczeń:</i>	Zgodność z podstawą programową kształcenia ogólnego z dnia 14 lutego 2017 r.	
		Wymagania:	
		ogólne	szczegółowe
1	<p>Zadania tekstowe:</p> <ul style="list-style-type: none"> – do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. <p>Równania z jedną niewiadomą:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. 	VI.4	XIV.5 Klasy IV – VI VI.4 Klasy VII-VIII
2	<p>Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguły mnożenia i dodawania. <p>Rachunek prawdopodobieństwa:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń. 	I.1	XII.1 XVII.2 Klasy VII-VIII
3	<p>Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych; – zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa. <p>Wielokąty:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje wzory na pole trójkąta, a także do wyznaczania długości odcinków. 	IV.3	VIII.5,8 IX.2 Klasy VII-VIII
4	<p>Geometria przestrzenna:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza objętości ostrosłupów prawidłowych. <p>Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa. 	IV.3	XI.3 VIII.8 Klasy VII-VIII

Kartoteka arkusza zadań za 1 punkt

Nr zadania	Sprawdzana czynność <i>Uczeń:</i>	Zgodność z podstawą programową kształcenia ogólnego z dnia 14 lutego 2017 r.	
		Wymagania:	
		ogólne	szczegółowe
1	<p>Kąty:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje kąty przyległe i korzysta z ich własności. <p>Obliczenia w geometrii:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów. 	I.1	VIII.6 XI.7 Klasy IV-VI
2	<p>Obliczenia w geometrii:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje jednostki pola. <p>Obliczenia praktyczne:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali. 	III.1	XII.8 XI.3 Klasy IV-VI
3	<p>Obliczenia w geometrii:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów. <p>Wielokąty:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta. 	I.1	XI.4 Klasy IV-VI IX.2 Klasy VII-VIII
4	<p>Obliczenia procentowe:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym. 	III.2	V.5 Klasy VII-VIII
5	<p>Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta. <p>Wielokąty:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Zna pojęcie wielokąta foremnego. 	I.1	VIII.7 IX.1 Klasy VII-VIII
6	<p>Rachunek prawdopodobieństwa:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń. <p>Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność. 	IV.2	XVII.2 XII.1 Klasy VII-VIII

7	<p>Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa. <p>Długość okręgu i pole koła:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień. 	IV.3	VIII.8 XIV.5 Klasy VII-VIII
8	<p>Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim. 	I.1	I.5 Klasy IV-VI
9	<p>Równania z jedną niewiadomą:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. 	IV.3	VI.3 Klasy VII-VIII
10	<p>Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta. 	II.1	VIII.7 Klasy VII-VIII